۱- جسمی از حالت سکون به اندازه h سقوط می‌کند اگر این جسم در یک ثانیه آخر سقوط مسافت $0.5h$ را طی کند الف) مدت زمان سقوط و ب) ارتفاعی که جسم از آن سقوط کرده است را به دست آورید.

الف)

$-\frac{h}{2} = -5t^2 \Rightarrow \boxed{h = 10t^2}$ (۲ نمره)

$-h = -5(t+1)^2 \Rightarrow \boxed{h = 5(t+1)^2}$ (۲ نمره) $\Rightarrow \boxed{10t^2 = 5t^2 + 10t + 5}$ (۱ نمره)

$\Rightarrow 5t^2 - 10t - 5 = 0 \rightarrow \boxed{t^2 - 2t - 1 = 0}$ (۱ نمره)

$\Rightarrow \boxed{t = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}}$ (۱ نمره) $\xrightarrow{\text{ق ق}} \boxed{t = 1 + \sqrt{2}\ s}$ (۱ نمره) ۲٫۴

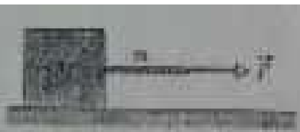
$t_{\text{سقوط}} = 2 + \sqrt{2}$ ← زمان سقوط (۱ نمره) ۳٫۴

ب)

$-h = -5(t+1)^2 \Rightarrow \boxed{h = 5(2+\sqrt{2})^2\ m}$ (۱ نمره) ارتفاع سقوط

Scanned by CamScanner

۴- قطعه‌ای به جرم M با طنابی به جرم m در امتداد سطح افقی بدون اصطکاکی، در حالیکه نیروی $\vec{F}$ بر یک سر طناب وارد می‌آید، مطابق شکل کشیده می‌شود. (الف) شتاب حرکت طناب و قطعه را، (ب) نیروی وارد بر قطعه از طرف طناب و (ج) کشش طناب را در نقطه وسط آن بدست آورید.



الف) نمودار جسم آزاد قطعه و طناب:

$\bullet \longrightarrow \vec{F}$ (۰/۵)

$F = (M+m)a$

$a = \dfrac{F}{M+m}$ (۰/۵)

ب) نمودار جسم آزاد قطعه:

$\bullet \longrightarrow T$ (۰/۵)

$T = Ma$

$\Rightarrow T = \dfrac{MF}{M+m}$ (۱)

ج) نمودار جسم آزاد نیمه سمت راست طناب:

$T' \longleftarrow \bullet \longrightarrow \vec{F}$ (۰/۵)

$F - T' = \frac{m}{2}a$

$\Rightarrow T' = F - \frac{m}{2}a$

$= F - \dfrac{mF}{2(M+m)}$ (۱)

Scanned by CamScanner

۳- توپی از روی زمین به طور پرتاب می‌شود. در ارتفاع 8.2m سرعت توپ به صورت $\vec{v} = (8\hat{i} + 6\hat{j})\ m/s$ است. الف) بیشینه ارتفاعی که توپ اوج می‌گیرد چقدر است؟ ب) کل مسافت افقی‌ای که توپ می‌پیماید چقدر است؟ ج) اندازه سرعت توپ و د) زاویه بردار سرعت (در زیر افق) درست قبل از برخورد توپ با زمین چقدر است؟

الف) $V_y^2 = V_{y_0}^2 - 2g\Delta y$

$36 = V_{y_0}^2 - 2\times10\times8.2 \Rightarrow V_{y_0}^2 = 200 \Rightarrow V_{y_0} = 10\sqrt{2} = 14\ (m/s)$

$y_{max} = \frac{V_0^2\sin^2\theta_0}{2g} = \frac{V_{y_0}^2}{2g} \Rightarrow y_{max} = \frac{(14)^2}{2\times10} = \frac{(10\sqrt{2})^2}{2\times10} = 10\ m$

ب) $R = \frac{V_0^2\sin 2\theta_0}{g} = \frac{2(V_{x_0})(V_{y_0})}{g} \Rightarrow R = \frac{2\times8\times14}{10} = 22.4\ (m) = 16\sqrt{2}$

ج) $t = \frac{2V_0\sin\theta_0}{g} = \frac{2V_{y_0}}{g} = \frac{2\times14}{10} = 2.8\ (s) = 2\sqrt{2}\ (s)$

$V_x = V_{x_0} = 8\ (m/s)$

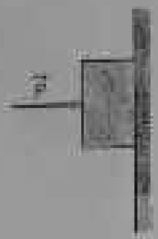
$V_y = V_0\sin\theta_0 - gt = V_{y_0} - gt \Rightarrow V_y = 14 - 28 = -14\ (m/s)$

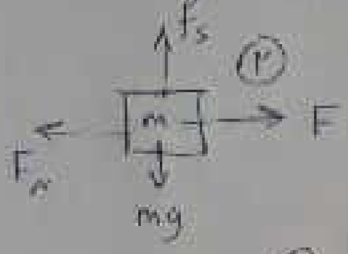
سرعت متحرک قبل از برخورد با زمین: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(8)^2 + (14)^2}$

د) $\tan\theta = \frac{V_y}{V_x} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{-14}{8}\right)$

Scanned by CamScanner

۶- چنانچه مطابق شکل قطعه‌ای به جرم M با وارد آوردن نیروی افقی F روی سینه‌ی دیواری قائم به حال سکون و در آستانه لغزش قرار داشته باشد، ضمن نشان دادن نمودار آزاد جسم با توضیح کافی بیان کنید که چرا با افزایش چند برابری نیروی افقی، قطعه از دیوار بالا نمی‌رود.





$$\begin{cases} f_s \le \mu_s N & (1) \\ f_{s,max} = \mu_s N & (1) \end{cases}$$

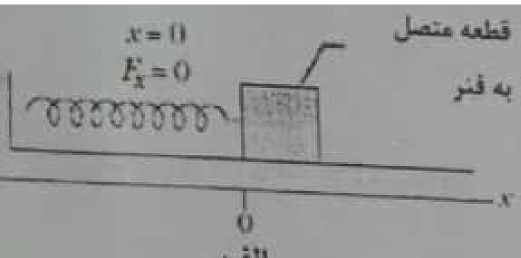
دیاگرام نیرو

$$\begin{cases} x: F = F_N & (1) \\ y: f_{s,max} = mg & (1) \end{cases}$$

نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه که برابر $f_{s,max}=\mu_s N$ است از افزایش نیروی عمود بر جسم F / تنها باعث افزایش نیروی عمود بر سطح F_N می‌گردد اما افزایش نیروی F_N می‌تواند باعث افزایش نیروی اصطکاک f_s بیش از مقدار $f_{s,max}$ شود.

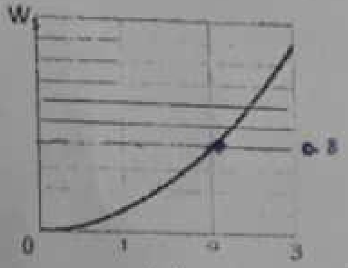
پس بیشینه نیروی اصطکاک $f_{s,max}$ طبق دیاگرام نیروی رسم شده برابر با وزن جسم است که در این حالت این نیرو می‌تواند مساوی با ... و حرکت جسم شود

کل توضیحات ۴ نمره ۵



الف

۵- در مجموعه فنر-قطعه (شکل الف)، قطعه را به‌تدریج از $x=0$ به $x=+3\,cm$ به صورتی می‌کشیم که در آن‌جا در حال سکون باشد. کار انجام شده روی قطعه، توسط نیروی دست در شکل (ب) نشان داده شده است. چنانچه مقیاس محور قائم در این شکل $W_s=2\,J$ باشد و این قطعه را تا $x=+5\,cm$ بکشیم و از حال سکون رها کنیم هنگامی‌که قطعه تا مکان‌های (الف) $x=+4\,cm$، (ب) $x=-2\,cm$، و (ج) $x=-5\,cm$، حرکت می‌کند، کاری که فنر روی قطعه انجام می‌دهد چقدر است؟



ب

به دست آوردن ثابت فنر با هر نقطه از نمودار شکل : $\left|\begin{matrix} 2\,cm \\ 0.8\,J \end{matrix}\right.$

(2) $W=\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 0.8=\frac{1}{2}k(2\times10^{-2})^2 \Rightarrow k=4\times10^{3}\,N/m$ (2)

قسمت الف) $W_s=-\frac{1}{2}k(x_f^2-x_i^2)=-\frac{4}{2}10^3(4^2-5^2)\times10^{-4}=1.8\,J$ (2) (2)

قسمت ب) $W_s=-\frac{4}{2}10^3(2^2-5^2)\times10^{-4}=4.2\,J$ (2)

قسمت ج) $W_s=0$ (2) $\longrightarrow$ برون‌ها به هم قبول است، با جا به هم قبول است.

Scanned by CamScanner

۴- در شکل روبرو قطعه‌ای بعد از عبور از یک دره از سطح افقی مسیر اولیه به سطح افقی مسیر بالاتری می‌آید. مسیر حرکت تا انتهای سطح افقی دوم را بدون اصطکاک می‌گذراند. در سطح افقی دوم قطعه پس از طی مسافت d بر اثر اصطکاک متوقف می‌شود. چنانچه سرعت اولیه v_0، اختلاف ارتفاع h و ضریب اصطکاک جنبشی μ_k باشد، مقدار d را بدست آورید.

۳ نمره

$$E_A = E_B \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_B = E_C \rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgh + \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 - mgh} \quad (*)$$

۱ نمره

راه اول (۲ نمره)

$$E_C = E_D + \text{انرژی تلف شده اصطکاک}$$

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = \mu_k m g d$$

$$(*) \rightarrow \quad \frac{1}{2} m v_B^2 - mgh = \mu_k m g d \rightarrow \boxed{d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} - \frac{h}{\mu_k}}$$

راه دوم

$$\Delta K = W_{f_k} \rightarrow K_D - K_C = -\mu_k m g d \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v_C^2 = -\mu_k m g d$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - mgh = \mu_k m g d \rightarrow \boxed{\frac{v_B^2}{2\mu_k g} - \frac{h}{\mu_k} = d}$$

Scanned by CamScanner